

تمرين 1

نعتبر الدالة : $f(x) = \frac{4x}{x^2+1}$

- (1) ادرس زوجية الدالة f .
- (2) ادرس رتبة الدالة f على كل من المجالين $[0,1]$ و $[1,+\infty[$ وضع جدول تغيراتها على \mathbb{R} .
- (3) حدد $\inf_{x \in \mathbb{R}} f(x)$, $\sup_{x \in \mathbb{R}} f(x)$.
- (4) بين أن $f([-1,1]) \subset [-2,2]$

تمرين 2

نعتبر الدالة $f(x) = \frac{x^2+4x+1}{x^2+1}$

- (1) بين أن 3 هي القيمة القصوى المطلقة للدالة f عند 1 .
- (2) بين أن -1 هي القيمة الدنيا المطلقة للدالة f .
- (3) بين أن $f(\mathbb{R}) = [-1,3]$

تمرين 3

نعتبر الدالتين : $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{1}{3}(x^2 - 4x + 6)$

- (1) أنشئ C_f و C_g (لاحظ أن $f(1)=g(1)$ و $f(4)=g(4)$) حل مبيانيا المتراحة :
- (2) $x(x-4) + 3(2-\sqrt{x}) < 0$ ($x \in \mathbb{R}^+$) .
- (3) حدد مبيانيا ما يلي : $f([-1,2])$ و $f([-\infty,2])$ و $g([2,4])$

تمرين 4

نعتبر الدالتين : $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = -x^3$

- (1) أنشئ في نفس المعلم المنحنيين C_f و C_g .
- (2) استنتج أن المعادلة $x^3 + \sqrt{1+x} = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $-\frac{7}{8} < \alpha < -\frac{3}{4}$
- (3) حل في $[-1,+\infty[$ المتراحة : $x^3 + \sqrt{1+x} < 0$.

تمرين 5

نعتبر الدالتين : $f(x) = \sqrt{x+3}$ و

$$g(x) = 2x^2 + 3x - 2$$

- (1) ضع جدول تغيرات كل من f و g .
- (2) أنشئ C_f و C_g في نفس المعلم .
- (3) (a) بين أن المعادلة $2x^2 + 3x - \sqrt{x+3} = 2$ تقبل حلين α و β .
- (b) حل مبيانيا المتراحة $2x^2 + 3x - \sqrt{x+3} > 2$
- (4) نعتبر الدالة h المعرفة ب : $h(x) = \sqrt{2x^2 + 3x + 1}$:
(a) تحقق أن : $(\forall x \in D_h) : h(x) = f \circ g(x)$

(b) استنتج تغيرات الدالة h على D_h .

تمرين 6

نعتبر الدالتين : $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$ و $g(x) = \sqrt{x}$

- (1) ضع جدول تغيرات كل من f و g .
- (2) أنشئ C_f و C_g في نفس المعلم .
- (3) نعتبر الدالة h المعرفة ب : $h = g \circ f$:
(a) حدد D_h

(b) بين أن $(\forall x \in [\frac{1}{3}, +\infty[) : 0 \leq f(x) \leq 3$

و $(\forall x \in]-\infty, -1[) : f(x) \geq 3$ ماذا تستنتج ؟

(c) ادرس تغيرات h على كل من المجالين : $[\frac{1}{3}, +\infty[$ و $]-\infty, -1[$

(4) بين أن $h([\frac{1}{3}, +\infty[) = [0, \sqrt{3}[$

تمرين 7

نعتبر الدالة f المعرفة على $[\sqrt{2}, +\infty[$ ب :

$$f(x) = \frac{-1}{x^2 - 1}$$

- (1) بين أن الدالة f مصغورة بالعدد -1 ومكبورة بالعدد 0 .
- (2) بين أن الدالة f ترايدية على المجال $[\sqrt{2}, +\infty[$
- (3) نعتبر الدالة g المعرفة على $[-1, +\infty[$ ب :

$$g(x) = \sqrt{x+1}$$

- (a) تحقق أنه يمكن تعريف الدالة gof على $[\sqrt{2}, +\infty[$
- (b) حدد $g \circ f(x)$ (c) حدد رتبة الدالة gof

تمرين 8

نعتبر الدالتين $f(x) = x^2 - 2x$ و $g(x) = x^2 - 4x + 5$

ادرس رتبة الدالة $h = g \circ f$.

تمرين 9

(1) بين أن المعادلة : $x\sqrt{x} + \sqrt{x} - 1 = 0$ تقبل حلا وحيدا

$$\alpha \text{ بحيث } \frac{1}{4} < \alpha < \frac{1}{2}$$

(2) حدد بدلالة α مجموعة حلول المتراحة

$$(x \in \mathbb{R}^+) x\sqrt{x} + \sqrt{x} - 1 < 0$$

تمرين 10

نعتبر الدالة : $f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 1}$

- (1) حدد D_f وادرس زوجية الدالة f .
- (2) بين أن f محدودة ب -3 و 2 وبين أن $\inf_{x \in \mathbb{R}} f(x) = -3$

(4) استنتج الحل في IR للمتراجحتين :

$$2x^3 + x^2 - x + 3 < 0$$
$$2x^3 + x^2 - x + 3 \geq 0$$

تمرين 17

(1) بين أن المعادلة $2x - x\sqrt{x-1} - \sqrt{x-1} = 1$ تقبل حلا وحيدا

IR في α

(2) حدد بدلالة α مجموعة حلول المتراجحة :

$$2x - x\sqrt{x-1} - \sqrt{x-1} < 1$$

تمرين 18

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 + 2x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$
 : نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي :

(1) بين أن الدالة f زوجية .

(2) ادرس تغيرات الدالة f على $[0, +\infty[$ ثم استنتج تغيراتها على

$]-\infty, 0]$.

(3) ارسم منحنى الدالة f .

(4) حدد صورة المجالات التالية ب f : $[0, 2]$ $[0, 1]$ $[-2, 2]$

$[0, +\infty[$

IR $[2, +\infty[$

(4) ارسم انطلاقا من C_f منحنى الدالة $g(x) = |f(x)|$.

تمرين 19

نعتبر الدالة $f(x) = |x-2| - 3|x| + |x+2|$

(1) بين أن f دالة زوجية ثم اكتب f دون القيمة المطلقة .

(2) ادرس تغيرات f وارسم منحنى الدالة f .

(3) ارسم انطلاقا من منحنى الدالة f منحنى الدالة

$g(x) = -f(x)$.

تمرين 20

لتكن f دالة فردية ومعرفة على IR بما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x \geq 2 \\ x^2 - 2x & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

(1) اكتب تعبير أدلة f(x) لكل x من IR^- .

(2) ادرس تقاطع C_f مع محور الأفاصيل .

(3) ادرس تغيرات f ثم ارسم C_f .

(4) ارسم انطلاقا من C_f منحنى كل من الدالتين :

$g(x) = f(|x|)$ و

$h(x) = f(-x)$.

(5) بين أن الدوال f و g و h محدودة وحدد مطارفاها إذا كانت

موجودة .

(3) باستعمال مبرهنة رتبة مركب دالتين اعط جدول تغيرات f .

تمرين 11

$$f(x) = \frac{2\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x-1}+1}$$
 نعتبر الدالة

(1) حدد حيز تعريف الدالة f .

(2) باستعمال مبرهنة رتبة مركب دالتين ادرس رتبة الدالة f .

تمرين 12

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$$
 نعتبر الدالة

(1) بين أن $f(x) = (x^2 - 2x)^2 + 2(x^2 - 2x) + 1$

(2) باستعمال مبرهنة مركب دالتين ادرس رتبة الدالة f .

تمرين 13

$$f(x) = 2\sqrt{x} - x$$
 نعتبر الدالة

(1) حدد حيز تعريف الدالة f .

(2) g الدالة المعرفة ب $g(x) = 2x - x^2$

(a) حدد الدالة h بحيث $f(x) = g \circ h(x)$ لكل x من IR .

(b) استنتج تغيرات الدالة f انطلاقا من تغيرات الدالتين g و h .

تمرين 14

نعتبر الدالة h المعرفة على $[1, +\infty[$ ب :

$$h(x) = \frac{1}{2x^2 + x}$$

(1) بين أن الدالة h مكبورة بالعدد $\frac{1}{3}$

(2) بين أن الدالة h تناقصية على $[1, +\infty[$.

(3) نعتبر الدالة g المعرفة على $[0, +\infty[$ ب : $g(x) = \sqrt{x+1}$

(a) تحقق أنه يمكن تعريف الدالة hog على المجال $[0, +\infty[$.

(b) حدد hog(x) لكل x من $[0, +\infty[$.

(c) حدد رتبة الدالة hog على المجال $[0, +\infty[$.

تمرين 15

نعتبر الدالتين $f(x) = x^2 - 2x - 1$ و $g(x) = -x^2 + x + 1$

(1) قارن الدالتين f و g واعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة .

(2) ادرس تغيرات كل من الدالتين f و g وحدد مطراف كل منهما

(3) نعتبر الدالة : $h(x) = \sup(f(x), g(x))$

(a) اكتب تعبير ال h(x) لكل x من IR بدون استعمال الرمز sup

(b) ارسم C_f C_g C_h في نفس المعلم .

تمرين 16

نعتبر الدالتين : $f(x) = -2x^3$ و $g(x) = x^2 - x + 3$

(1) ادرس تغيرات كل من الدالتين f و g .

(2) ادرس تقاطع المنحنيين C_f و C_g (لاحظ أن $f(-\frac{3}{2}) = g(-\frac{3}{2})$)

(3) ارسم C_f و C_g في نفس المعلم .