المملكة المغربية وزارة التربيةالوطنية والشباب	الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريـــــــــــــــا دورة : يوليوز 2004 (الدورة الاستدراكية)	الثانية علوم رياضية أ و ب مدة الإنجاز : 4 ساعات المعامل : 10

التمرين الأول (نقطتان ونصف)

يحتوي كيسر على 10كرات بيضاء و 10كرات حمراء لا يمكن التمييز بينها باللمس .
نسحب عشوائيا كرة من الكيس . إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء نعيدها إلى الكيس وإذا كانت بيضاء نضع بدلها في الكيس 3كرات حمراء ثم نسحب كرة من الكيس .

1) أحسب الاحتمال لكي تكون الكرتان المسحوبتان حمراوين . 0,5
2) أحسب الاحتمال لكي تكون الكرتان المسحوبتان بيضاوين . 0,5
3) أحسب الاحتمال لكي تكون الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين . 0,5
4) أحسب الاحتمال لكي تكون الكرة الأولى المسحوبة بيضاء علما بأن الكرة الثانية المسحوبة بيضاء 1

التمرين الثاني (3نقط)

ا) حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة : $(E):\ 3x-2y=1$ 0,5

2) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم .

أ- بين أن الزوج $(14n+3\ ,\ 21n+4)$ حل للمعادلة (E) . 0,25

ب - استنتج أن العددين $14n+3$ و $21n+4$ أوليان فيما بينهما . 0,25

3) ليكن d هو القاسم المشترك الأكبر للعددين $2n+1$ و $21n+4$.

أ- بين أن $d=1$ أو $d=13$. 0,5

ب - بين أن : $d=13 \Leftrightarrow n\equiv 6\ [13]$ 0,5

4) من أجل كل عدد صحيح طبيعي n بحيث $n\geq 2$ نضع :

$A=21n^2-17n-4$ و $B=28n^3-8n^2-17n-3$

أ- بين أن العددين A و B قابلين للقسمة على $n-1$ في المجموعة $\mathbb{Z}$. 0,5

ب - حد حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B . 0,5

التمرين الثالث (4 نقط)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$

ليكن a عددا عقديا غير منعدم شكله الجبري هو: $a=\alpha+i\beta$.

1) لتكن (H) مجموعة النقط M التي لحقها z يحقق : $z^2-(\overline{z})^2=a^2-(\overline{a})^2$.

أ- حدد طبيعة (H) . 0,5

ب - أنشئ (H) في الحالة : $a=1+i$. 0,5

2) لتكن (C) مجموعة النقط M التي لحقها z يحقق : $(z-a)(\overline{z}-\overline{a})=4a\overline{a}$.

أ- حد طبيعة (C). 0,5

ب - أنشئ (C) في الحالة : $a=1+i$. 0,5

3) نعتبر فى المجموعة $\mathbb{C}$ ، النظمة :
$$(S):\ \begin{cases} z^2-(\overline{z})^2=a^2-(\overline{a})^2 \\ (z-a)(\overline{z}-\overline{a})=4a\overline{a} \end{cases}$$

ونضع $u=z-a$

أ- بين أن النظمة (S) تكافئ النظمة $(S') : \begin{cases} u\bar{u} = 4a\bar{a} \\ (u+2a)(u^3 - 8a(\bar{a})^2) = 0 \end{cases}$	0,5
ب - نضع $a = re^{i\theta}$ حيث $r > 0$ و $-\pi < \theta \leq \pi$. حدد بدلالة r و θ ألحاق نقط تقاطع (C) و (H).	0,75
ج - استنتج أن تقاطع (C) و (H) يتضمن ثلاث نقط هي رؤوس لمثلث متساوي الأضلاع .	0,75

التمرين الرابع (10 نقط و نصف)

I - لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين بما يلي:

$$f(x) = 4xe^{-x\ln 2} - 2 \quad \text{و} \quad g(x) = \frac{\ln(2x)}{x}$$

وليكن (C) و (Γ) المنحنيين الممثلين للدالتين f و g على التوالي في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(الوحدة : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 4cm$) .

1)أ- أحسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$. 0,5

ب - حدد الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C). 0,5

2) أ- بين أن : $(\forall x \in IR) : f'(x) = 4(1 - x\ln 2)e^{-x\ln 2}$ 0,5

ب - أعط جدول تغيرات الدالة f . 0,25

ج - بين أن العددين 1 و 2 هما الحلين الوحيدان للمعادلة $f(x) = 0$. 0,75

3) أدرس الدالة g : النهايات، الفروع اللانهائية ، التغيرات . 1

4) أرسم المنحنيين (C) و (Γ) في نفس المعلم . 1

(تحديد نقط الانعطاف غير مطلوب - نأخذ : $\ln 2 = 0,7$ ؛ $e = 2,7$ ؛ $\frac{1}{\ln 2} = 1,4$ ؛ $\frac{1}{e} = 0,4$)

II - ليكن k عددا حقيقيا بحيث : $0 < k < \frac{2}{e}$.

1)أ- تحقق مبيانيا أن المعادلة $g(x) = k$ تقبل حلين مختلفين لـ α و β بحيث $\frac{1}{2} < \alpha < \beta$. 0,5

ب - حدد قيمة العدد k بحيث يكون العددان α و β هما حلا المعادلة : $f(x) = 0$. 0,25

نعتبر الدالة العددية f_k المعرفة على IR بما يلي : $f_k(x) = 4xe^{-kx} - 2$

2) أ- تأكد من أن : $(\forall x \in IR) : f_k'(x) = 4(1 - kx)e^{-kx}$. 0,25

ب - أعط جدول تغيرات f_k . 0,5

3) أ- استنتج أن المعادلة $f_k(x) = 0$ تقبل بالضبط حلين مختلفين a و b بحيث : 0,5

$$a < \frac{1}{k} < b$$

ب - بين أن : $a = \alpha$ و $b = \beta$. 1

4) أ- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $(\forall t \in IR) : \int_0^t xe^{-kx}\,dx = \frac{1}{k^2}(1 - kte^{-kt} - e^{-kt})$ 0,5

ب- أحسب التكامل $I_k = \int_\alpha^\beta f_k(x)\,dx$ بدلالة α و β . 0,5

ج- استنتج أن : $\ln(2\alpha).\ln(2\beta) \leq 1$. 0,75

5) بين أنه إذا كان u و v عددين حقيقيين مختلفين موجبين قطعا بحيث : $\frac{\ln(u)}{u} = \frac{\ln(v)}{v}$ 0,75

فإن $\ln(u).\ln(v) \leq 1$.