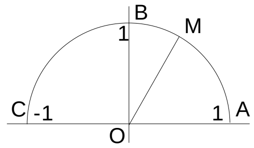
ج م ع	**الحساب المثلثي** ملخص الدرس	ح.بوعيون

I- وحدات قياس الزوايا

1) الرديان



ليكن $(o,\vec{i},\vec{j})$ معلما متعامدا ممنظما
ونعتبر النصف دائرة U التي مركزها o وشعاعها 1.
ونعتبر النقط $A(1,0),B(0,1),C(-1,0)$

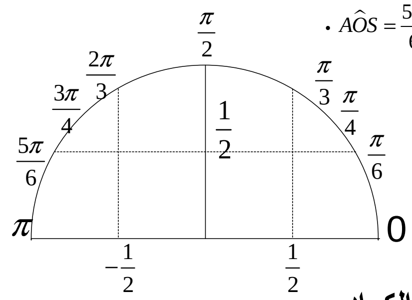
a) لتكن M نقطة من U. وليكن α طول القوس $[\widehat{AM}]$
*) نقول إن قياس الزاوية $[A\hat{O}M]$ هو $\alpha\ rad$ (α رديان)
*) ونقول أيضا إن α هو قياس أي قوس يحصر هذه الزاوية.

b) مثال:

لنحدد قياس الزوايا $A\hat{O}B$ و $A\hat{O}C$
نعلم أن محيط الدائرة هو $2\pi R=2\pi.1=2\pi$
إذن محيط النصف دائرة هو $\frac{2\pi}{2}=\pi$
إذن طول القوس $[\widehat{AC}]$ هو π ومنه قياس الزاوية $[A\hat{O}C]$ هو π
وطول القوس $[\widehat{AB}]$ هو $\frac{\pi}{2}$ إذن قياس الزاوية $[A\hat{O}C]$ هو πrad وطول القوس $[\widehat{AB}]$ هو $\frac{\pi}{2}$ إذن قياس الزاوية $[A\hat{O}B]$ هو $\frac{\pi}{2}$.

c) تمرين

أنشئ على النصف دائرة u النقط S,R,Q,P,N,M بحيث:
$A\hat{O}M=\frac{\pi}{6}$ ، $A\hat{O}N=\frac{\pi}{4}$ ، $A\hat{O}P=\frac{\pi}{3}$ ، $A\hat{O}Q=\frac{2\pi}{3}$
$A\hat{O}R=\frac{3\pi}{4}$ ، $A\hat{O}S=\frac{5\pi}{6}$.



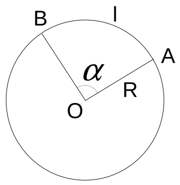
2) الدرجة والكراد.

هناك وحدتان أخريين لقياس الزوايا هما الدرجة والكراد والعلاقة التي تربط بينهما هي: $\frac{x}{180}=\frac{y}{200}=\frac{z}{\pi}$
حيث x هو القياس بالدرجة.
y هو القياس بالكراد.
z هو القياس بالرديان.

ملاحظة:

قياس الزاوية المستقيمية هي $\pi rad, 180^o, 200gra$.

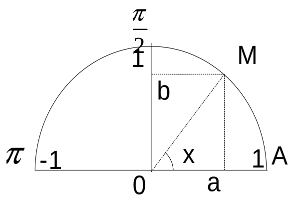
3) مساحة قطاع دائري.



لتكن (C) دائرة مركزها o وشعاعها R و B,A نقطتين من هذه الدائرة.
*) الجزء المخدش يسمى قطاعا دائريا.
*) ليكن α قياس الزاوية $[A\hat{O}B]$ بالرديان
و l طول القوس $[\widehat{AB}]$ و S مساحة القطاع الدائري
لدينا $\boxed{l=\alpha R}$ و $\boxed{S=\frac{1}{2}\alpha R^2}$

II- النسب المثلثية لعدد حقيقي محصور بين 0 و π

1) تعريف:



ليكن x عدد حقيقي بحيث $0\le x\le \pi$ ولتكن M النقطة من U بحيث يكون طول القوس $[\widehat{AM}]$ هو x
يعني $A\hat{O}M=xrad$.
ليكن a أفصول M و b أرتوبها.
لدينا $\boxed{\cos x=a \quad \sin x=b \quad \tan x=\frac{\sin x}{\cos x} \left(x\ne\frac{\pi}{2}\right)}$

2) خاصيات:

(a
$$\boxed{\begin{array}{ll} (* \quad \cos^2 x+\sin^2 x=1 & \\ (* \quad 1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x} & \text{لكل } x\ne\frac{\pi}{2} \\ (* \quad \tan x=\frac{\sin x}{\cos x} & \text{لكل } x\ne\frac{\pi}{2} \end{array}}$$

(b $-1\le\cos x\le 1$ و $0\le\sin x\le 1$
(c *) $\sin x\ge 0$ لكل $0\le x\le\pi$

*) إذا كان $0\le x\le\frac{\pi}{2}$ فإن $\cos x\ge 0$

*) إذا كان $\frac{\pi}{2}\le x\le\pi$ فإن $\cos x\ge 0$

*) إشارة $\tan x$ هي بالضبط إشارة $\cos x$

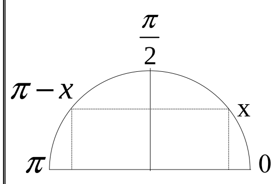
(d

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
cosx		+	0	−	

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
tanx		+	‖	−	

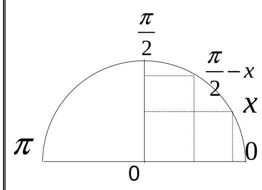
x	0		π
sinx	0	+	0

3) العلاقة بين النسب المثلثية للعددين x و $\pi - x$



$$\boxed{\begin{array}{ll} \cos(\pi - x) = -\cos x & (a \\ \sin(\pi - x) = \sin x & (b \\ \tan(\pi - x) = -\tan x & (c \end{array}}$$

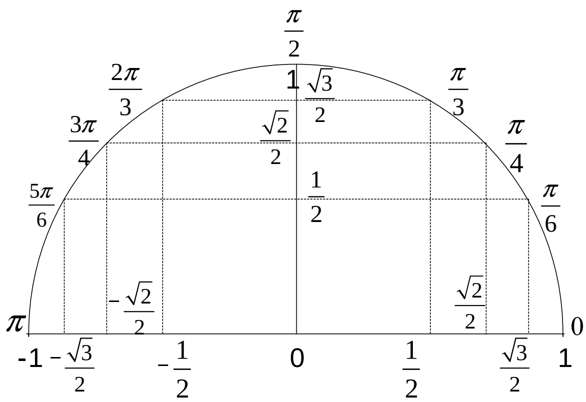
4) العلاقة بين النسب المثلثية للعددين x و $\frac{\pi}{2} - x$



$$\boxed{\begin{array}{ll} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x & (a \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x & (b \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{\tan x} & (c \end{array}}$$

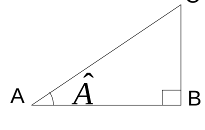
5) جدول النسب الإعتيادية

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan x$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	×	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0



6) العلاقات المترية في مثلث قائم الزاوية

a) ليكن (ABC) مثلثا قائم الزاوية في B

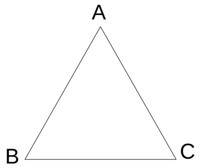


$$Cos\widehat{A} = \frac{AB}{AC}$$

$$Tan\widehat{A} = \frac{BC}{AB}$$

$$Sin\widehat{A} = \frac{BC}{AC}$$

b) علاقة $Sinus$ في المثلث



ليكن (ABC) مثلثا و

R شعاع الدائرة المحيطة به

لدينا

$$\boxed{\frac{AB}{Sin\widehat{C}} = \frac{AC}{Sin\widehat{B}} = \frac{BC}{Sin\widehat{A}} = 2R}$$